**§13. BỘI VÀ ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN**

1. **TRỌNG TÂM KIẾN THỨC**
2. Cho  và . Nếu có số nguyên  sao cho  thì ta nói  chia hết cho  hoặc  là bội của  và  là ước của .
3. Chú ý:

* Nếu  thì ta còn nói  chia cho  được  và viết .
* Số 0 là bội của mọi số nguyên khác 0.
* Số 0 không phải là ước của bất kì số nguyên nào.
* Các số  và  là ước của mọi số nguyên.
* Nếu  vừa là ước của  vừa là ước của  thì  cũng được gọi là ước chung của  và  .

1. Tính chất:

* và 
*    ( )
*  và    và .

1. **CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

**Dạng 1:** TÌM CÁC BỘI CỦA MỘT SỐ NGUYÊN CHO TRƯỚC

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
| Muốn tìm các bội của số nguyên a cho trước , ta nhân a với một số nguyên bất kì. |

1. Tìm năm bội của -7.
2. Tìm năm bội của: , .
3. a) Tìm năm bội của  và 

b) Tìm các bội của  biết rằng chúng nằm trong khoảng từ  đến .

1. Viết các tập hợp bội của 6 lớn hơn -15 nhưng nhỏ hơn 25.

**Dạng 2:** TÌM CÁC ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN CHO TRƯỚC

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
| Muốn tìm các ước của số nguyên a với , ta xét xem nó chia hết cho những số tự nhiên nào từ 1 đến . Mỗi lần chia hết ta được một ước của a. Số đối của ước này cũng là một ước của a. |

1. Tìm tất cả các ước của 12.
2. Tìm tất cả các ước của 
3. Tìm tất cả các ước của :

a)  b)  c) 

1. Tìm tập hợp các ước của 12 mà lớn hơn .
2. Viết tập hợp các ước của -18 lớn hơn -9 nhưng nhỏ hơn 9.
3. Cho  là ước của  ; 

 là ước của  ;  .

Tính tổng của a + b.

1. a) Tìm tập hợp ƯC 

b) Tìm tập hợp 

1. a) Tìm tất cả các ước chung của  và .

b) Tìm tập hợp các bội chung của 15 và -20.

**Dạng 3:** TÌM x TRONG ĐẲNG THỨC ax = b ()

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
|  |

1. Tìm , biết:

a, ;

b,  .

1. Tìm , biết:

a, 

b, 

1. Tìm  biết

a)  b) 

c)  d) 

**Dạng 4**: XÉT TÍNH CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU, MỘT TÍCH.

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
| Vận dụng các tính chất sau:  (  )   * ( ) * ( ). |

1. Chứng minh rằng :  chia hết cho 
2. Chứng minh rằng:  chia hết cho (–6).
3. Cho số  Hỏi số a có chia hết cho (–9) không?
4. Cho số  (gồm 20 chữ số 1). Hỏi số a có chia hết cho 111 không?
5. Cho các số nguyên a, b, c, m (  ).

Biết  , chứng minh rằng 

1. Cho a và b là các số nguyên không đối nhau.

Chứng minh rằng 

1. Cho  Chứng minh rằng

a) là bội của  khi và chỉ khi  là bội của .

b) là bội của  khi và chỉ khi  là bội của .

1. Cho  là các số nguyên . Chứng minh rằng  chia hết cho  khi và chỉ khi  chia hết cho 
2. Cho a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng  chia hết cho 17 khi và chỉ khi  chia hết cho 17.

**Dạng 5.** TÌM SỐ NGUYÊN x THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN VỀ CHIA HẾT

***Phương pháp giải***

|  |
| --- |
| Vận dụng tính chất chia hết của một tổng, một hiệu, một tích. |

1. Tìm số nguyên x, biết  và  .
2. Tìm  sao cho 
3. Tìm số nguyên , biết rằng
4.  là ước của .
5.  là ước của  và  là bội của .
6. Tìm số nguyên n để :

a)  chia hết cho  b)  chia hết cho 

c)  chia hết cho  d) chia hết cho 

1. Tìm số nguyên n để:

a)  chia hết cho 3; b)  chia hết cho n;

c)  chia hết cho ; d)  chia hết cho 18.

1. Tìm các số nguyên a sao cho

a)  b)  c) là bội của 

1. Tìm  để 
2. Tìm  để 
3. Tìm cặp số nguyên  sao cho :

a)  b)  c) 

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên  sao cho 

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Dạng 1:** TÌM CÁC BỘI CỦA MỘT SỐ NGUYÊN CHO TRƯỚC

**Bài 1.**

Các bội của -7 có dạng tổng quát là  hoặc  trong đó .

Năm bội của -7 có thể là: 0; ; .

**Bài 2.**

Năm bội của  là 

Năm bội của  là .

**Bài 3.**

a) Năm bội của  là 

Năm bội của  là : 

b) Các bội của  nằm trong khoảng từ  đến  là : 

**Bài 4.**

Các bội của 6 có dạng tổng quát là  (  ).

Đó là các số: 0; ; ; ; ; ; ; …

Vậy tập hợp các bội của 6 lớn hơn -15 nhưng nhỏ hơn 25 là



**Dạng 2:** TÌM CÁC ƯỚC CỦA MỘT SỐ NGUYÊN CHO TRƯỚC

**Bài 5.**

Số 12 chia hết cho các số 1; 2; 3; 4; 6; 12.

Vậy Ư(12) =  2; 3; 4; 6; .

**Bài 6.**

 

 

**Bài 7.**

a)Ư( )  b) Ư()

c) Ư()

**Bài 8.**

 .

Các ước của 12 mà lớn hơn  thuộc tập hợp 

**Bài 9.**

Số -18 chia hết cho các số 1; 2; 3; 6; 9; 18.

Vậy tập hợp các ước của -18 lớn hơn -9 nhưng nhỏ hơn 9 là tập hợp



**Bài 10.**

 là ước của  ;  ;nên  .

 là ước của  ;  nên  .

Do đó 

**Bài 11.**

a) Tìm tập hợp ƯC 

Ta có ƯCLN ƯC Ư 

b) Tìm tập hợp 

Ta có BCNN  = 

**Bài 12.**

a) Tập hợp các ước của 12 và -18 là





-Suy ra tập hợp các ước chung của 12 và -18 là



b) Ta có 

Tập hợp các bội chung của 15 và -20 là



**Dạng 3:** TÌM x TRONG ĐẲNG THỨC ax = b ()

**Bài 13.**

a,  .

b,  .

**Bài 14.**

a,  hoặc 

b)  hoặc 

**Bài 15.**

|  |  |
| --- | --- |
| a. | b. |
| 1. c) | d. |

**Dạng 4**: XÉT TÍNH CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU, MỘT TÍCH.

**Bài 16.**









Vậy  chia hết cho 

**Bài 17.**

Nhóm tổng S thành tổng của các bội số của (–6) bằng cách:





Mỗi số hạng của tổng S đều chia hết cho (–6), nên S chia hết cho (–6).

**Bài 18.**

.

Số hạng đầu của a chia hết cho 9, còn 7 không chia hết cho 9 nên a không chia hết cho 9. Do đó a cũng không chia hết cho –9.

**Bài 19.**

Nhận thấy:



=

Ta có *a* là tổng của hai số hạng trong đó có 1 số chia hết cho 111, 1 số không chia hết cho 111 nên *a* không chia hết cho 111Vậy *a* không chia hết cho 111

**Bài 20.**

Vì  nên 

 nên 

Do đó 

**Bài 21.**

Vì a + b là hai số nguyên không đối nhau nên 

Ta có 

**Bài 22.**

a) là bội của  khi và chỉ khi  là bội của .

Ta có:  

\*) Ta có: ;  

\*) Ngược lại nếu  mà  mà  

Vậy:  là bội của  khi và chỉ khi  là bội của .

b) là bội của  khi và chỉ khi  là bội của .

Ta có: 

\*) Ta có: ;  

\*) Ngược lại : nếu mà mà

Vậy  là bội của  khi và chỉ khi  là bội của .

**Bài 23.**

Ta có : 

Do  và  nên .

Mà  và  là hai số nguyên tố cùng nhau , nên suy ra 

Ngược lại, nếu , mà , nên suy ra 

**Bài 24.**

Xét hiệu 

Nhận thấy  nên:

Nếu  thì , mà (9; 17) = 1 nên 

Nếu thì , mà (5; 17) = 1 nên 

**Dạng 5.** TÌM SỐ NGUYÊN x THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN VỀ CHIA HẾT

**Bài 25.**

Vì nên  

Vì  nên Ư(6) .

Do đó  Ư(6) 

**Bài 26.**

Ta có 

Vì  và  nên 

Do đó  Ư(7).

Ta có bảng sau :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x + 1 | 1 | -1 | 7 | -7 |
| x | 0 | -2 | 6 | -8 |

**Bài 27.**

a)  là ước của .Có Ư(7) =  

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

b)  là ước của  và  là bội của .

Có Ư(15) = 

Ư(12) = 

 mà là số lẻ nên 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Mà  suy ra 

**Bài 28.**

a)  chia hết cho  nên  là bội của 

Vậy 

b)  chia hết cho  nên  là ước của 

Vậy 

c) chia hết cho  nên  là ước của 

Suy ra 

Vậy 

d) chia hết cho  nên  là bội của 

Suy ra 

Vậy 

**Bài 29.**

a)  mà (7; 3) = 1 nên  do đó 

b)  nên 

c)  nên 

Vậy 

d)  nên  suy ra 

**Bài 30.**

a) 

Ta có 

Do  nên  khi và chỉ khi 

Suy ra 

Vậy 

b) 

Ta có 

Do  nên  khi và chỉ khi 

Suy ra 

Vậy 

c) là bội của 

Ta có 

Do  nên  khi và chỉ khi 

Suy ra 

Vậy 

**Bài 31.**

Ta có 

Vì và  nên 

Do đó  Ư(3) .

Ta có bảng sau :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| (x – 1) | 1 | -1 | 3 | -3 |
| x | 2 | 0 | 4 | -2 |

**Bài 32.**

Ta có 

Vì  và  nên 

Do đó  Ư(1) .

Suy ra  hoặc 

**Bài 33.**

a. 

Ta có 

Xảy ra 4 trường hợp sau:

TH1:  và . Suy ra  và 

TH2:  và . Suy ra  và 

TH3:  và . Suy ra  và 

TH4:  và . Suy ra  và 

b.



c.



**Bài 34.**

Ta có 

Suy ra 

Vì  là số lẻ và  là số chẵn nên  là số lẻ.

Khi đó  có dạng , 